

MECÂNICA GERAL - 2/2009

LISTA 3

1. Uma partícula se move em um círculo de centro O e raio R com velocidade angular constante ω no sentido oposto ao dos ponteiros do relógio. O círculo está no plano xy e a partícula está no eixo x no instante $t = 0$. Mostre, com o auxílio de um diagrama, que o vetor posição da partícula é dado por

$$\vec{r}(t) = \hat{x}R\cos(\omega t) + \hat{y}R\sin(\omega t).$$

Encontre por diferenciação os vetores velocidade e aceleração. Qual o módulo de cada um desses vetores? Determine os ângulos entre os vetores posição e velocidade e entre os vetores velocidade e aceleração, bem como o sentido de cada um destes dois últimos, tudo de forma analítica. (Sugestão: relembre as operações de multiplicação de vetores).

2. Dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ estão no plano xy e fazem ângulos α e β respectivamente com o eixo x .

(a) Calcule o produto $\vec{a} \cdot \vec{b}$ de duas maneiras diferentes e prove a bem conhecida identidade trigonométrica

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

(b) Faça o mesmo com o produto $\vec{a} \times \vec{b}$ e prove que

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) - \cos(\alpha)\sin(\beta)$$

3. O vetor desconhecido $\vec{v}$ satisfaz às equações $\vec{b} \cdot \vec{v} = \lambda$ e $\vec{b} \times \vec{v} = \vec{c}$, onde λ , $\vec{b}$ e $\vec{c}$ são fixos e conhecidos. Encontre $\vec{v}$ em termos de λ , $\vec{b}$ e $\vec{c}$.

4. Uma bola é lançada com velocidade inicial v_0 da base e em direção ao topo de um plano inclinado de ϕ em relação à horizontal. A velocidade inicial da bola faz um ângulo de θ com relação ao plano inclinado. Escolha um sistema de coordenadas com eixo x ao longo do plano inclinado, y normal a este plano inclinado e z formando com os dois primeiros um triedro direto. Escreva a expressão da 2ª lei de Newton usando estes eixos e encontre o vetor posição da bola em função do tempo. Mostre que a bola volta ao plano inclinado a uma distância $R = 2v_0^2 \sin\theta \cos(\theta + \phi) / (g \cos^2\phi)$ do ponto de lançamento. Mostre que, para v_0 e ϕ dados, o alcance máximo possível ao longo do plano inclinado é $R_{max} = v_0^2 / [g(1 + \sin\phi)]$

5. O que caracteriza um referencial inercial é que qualquer objeto sujeito a uma força resultante nula se move em linha reta com velocidade constante. Como ilustração, considere a seguinte experiência: Coloque-se de pé sobre o chão, que suporemos um referencial inercial, ao lado de uma mesa circular giratória horizontal perfeitamente lisa, que gira com velocidade angular constante ω . Incline-se sobre a mesa e lance sobre ela, a partir de seu centro, um objeto sem atrito de maneira a que ele deslize sobre a mesa. Este objeto está sujeito a uma força resultante nula e, visto do seu referencial inercial, anda em uma linha reta que passa pelo centro da mesa.

(a) Descreva a trajetória do objeto como vista por alguém sentado sobre a mesa giratória e em repouso em relação a ela. (Esta tarefa requer raciocínio cuidadoso, mas você deve ser capaz de obter uma visão qualitativa da situação descrita). Faça isso para pelo menos duas combinações diferentes de velocidades entre a de rotação da mesa e de translação do objeto.

Vamos agora fazer uma descrição quantitativa da mesma situação.

(b) Escreva as coordenadas polares r e ϕ do objeto como funções do tempo, como medidas no referencial inercial S de um observador no chão (você!). Escolha a origem deste referencial no centro da mesa para facilitar sua vida. Suponha que ele foi lançado ao longo do eixo $\phi = 0$ no instante $t = 0$.

(c) Agora escreva as coordenadas polares r' e ϕ' do objeto como medidas por um observador em repouso em relação à mesa giratória (referencial S' - escolha sua origem coincidente com a do S para facilitar sua vida). Escolha estas coordenadas de modo que ϕ e ϕ' coincidam em $t = 0$. Descreva e esboce a trajetória vista por este segundo observador. O referencial S' é inercial? Porque?